

ΘΕΜΑ 1°

α). να αποδείξετε ότι $|z - i| = |1 + i \cdot z|$.

β). Αν γνωρίζουμε ότι η εικόνα του μιγαδικού $z \neq i$, ανήκει στον κύκλο $x^2 + y^2 = 1$

να βρείτε το μέτρο του μιγαδικού $w = \frac{z \cdot (z - i)}{1 + i \cdot z}$.

ΘΕΜΑ 2°

A. Δίδεται ο $z = x + i \cdot y$, $x, y \in \mathbb{R}$ και $x \neq 0$, $y \neq 1$.

Αν $\left| \frac{z - 2 \cdot i}{z + i} \right| = 2$, τότε

i). Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο της εικόνας του z

ii). Προσδιορίστε την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του $|z|$ και να δώσετε γεωμετρική ερμηνεία.

B. να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των εικόνων z του οποίου τα σημεία ικανοποιούν την σχέση $|z - 3 \cdot i| = |z|$.